

mac.1 Combinando Máquinas de Turing

tur:mac:cmb:
sec

Os exemplos de máquinas de Turing que vimos até agora foram bastante simples por natureza. Mas, de fato, qualquer problema que possa ser resolvido com qualquer linguagem de programação moderna também pode ser resolvido com máquinas de Turing. Para construir máquinas de Turing mais complexas, é importante nos convencer de que podemos combiná-las, de modo a construir máquinas que resolvam problemas mais complexos quebrando o procedimento em partes mais simples. Se conseguirmos encontrar uma maneira natural de quebrar um problema complexo em partes constituintes, podemos atacar o problema em vários estágios, criando várias máquinas de Turing simples e combinando-as em uma única máquina capaz de resolver o problema. Esse ponto é especialmente importante ao atacar o Problema da Parada na próxima seção.

explanation

Como combinamos as máquinas de Turing $M = \langle Q, \Sigma, q_0, \delta \rangle$ e $M' = \langle Q', \Sigma', q'_0, \delta' \rangle$? Usamos agora a configuração da fita após M ter parado como a configuração de entrada de uma execução da máquina M' . Para obter uma única máquina de Turing $M \frown M'$ que faz isso, faça o seguinte:

1. Renumere (ou rerrotule) todos os estados Q' de M' de modo que M e M' não tenham estados em comum ($Q \cap Q' = \emptyset$).
2. Os estados de $M \frown M'$ são $Q \cup Q'$.
3. O alfabeto da fita é $\Sigma \cup \Sigma'$.
4. O estado inicial é q_0 .
5. A função de transição é a função δ'' dada por:

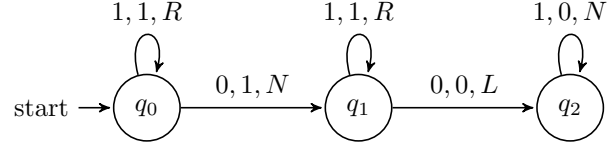
$$\delta''(q, \sigma) = \begin{cases} \delta(q, \sigma) & \text{se } q \in Q \\ \delta'(q, \sigma) & \text{se } q \in Q' \\ \langle q'_0, \sigma, N \rangle & \text{se } q \in Q \text{ e } \delta(q, \sigma) \text{ é indefinida} \end{cases}$$

A máquina resultante usa as instruções de M quando está em um estado $q \in Q$, e as instruções de M' quando está em um estado $q \in Q'$. Quando está em um estado $q \in Q$ e examina um símbolo σ para o qual M não tem transição (isto é, M teria parado), ela entra no estado inicial de M' (e deixa o conteúdo da fita e a posição da cabeça como estão).

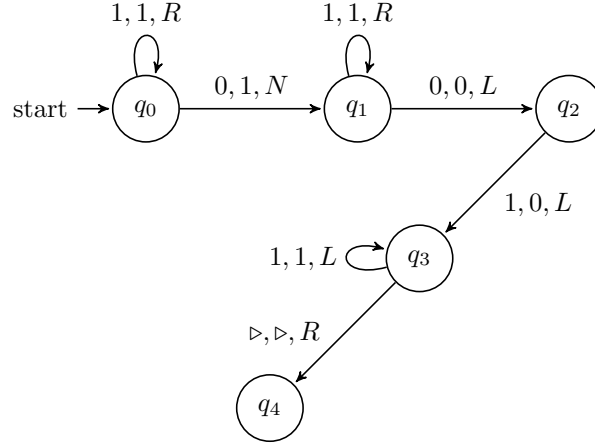
Note que, a menos que a máquina M seja disciplinada, não sabemos onde está a cabeça da fita quando M para, então a configuração de parada de M não precisa ter a cabeça examinando o quadrado 1. Ao combinar máquinas, é importante ter isso em mente.

Exemplo mac.1. *Combinando Máquinas:* Projetaremos uma máquina que, quando iniciada com uma entrada composta de dois blocos de 1 de comprimento n e m , para com um único bloco de $2(m+n)$ 1 na fita. Para construir essa máquina, podemos combinar duas máquinas que já conhecemos: a máquina de

adição e a duplicadora. Começamos desenhando um diagrama de estado para a máquina de adição.



Em vez de parar no estado q_2 , queremos continuar a operação a fim de duplicar a saída. Lembre-se de que a máquina duplicadora apaga o primeiro traço da entrada e escreve dois traços em uma saída separada. Vamos adicionar uma instrução para garantir que a cabeça da fita esteja lendo o primeiro traço da saída da máquina de adição.



Agora é fácil duplicar a entrada—tudo o que temos a fazer é conectar a máquina duplicadora ao estado q_4 . Isso requer renomear os estados da máquina duplicadora de modo que comecem em q_4 em vez de q_0 —dessa forma não acabamos com dois estados iniciais. O diagrama final deve ter a aparência da [Figura 1](#).

Proposição mac.2. *Se M e M' são disciplinadas e computam as funções $f: \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$ e $f': \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, respectivamente, então $M \smile M'$ é disciplinada e computa $f' \circ f$.*

Prova. Como M é disciplinada, quando para com saída $f(n_1, \dots, n_k) = m$, a cabeça está examinando o quadrado 1. Se agora entrarmos no estado inicial de M' , a máquina parará com saída $f'(m)$, novamente examinando o quadrado 1. As demais condições de ?? também são satisfeitas. $\square$

Problema mac.1. Dê uma máquina de Turing disciplinada que computa $f(x) = x + 2$ tomando a máquina M de ?? e construindo $M \smile M$.

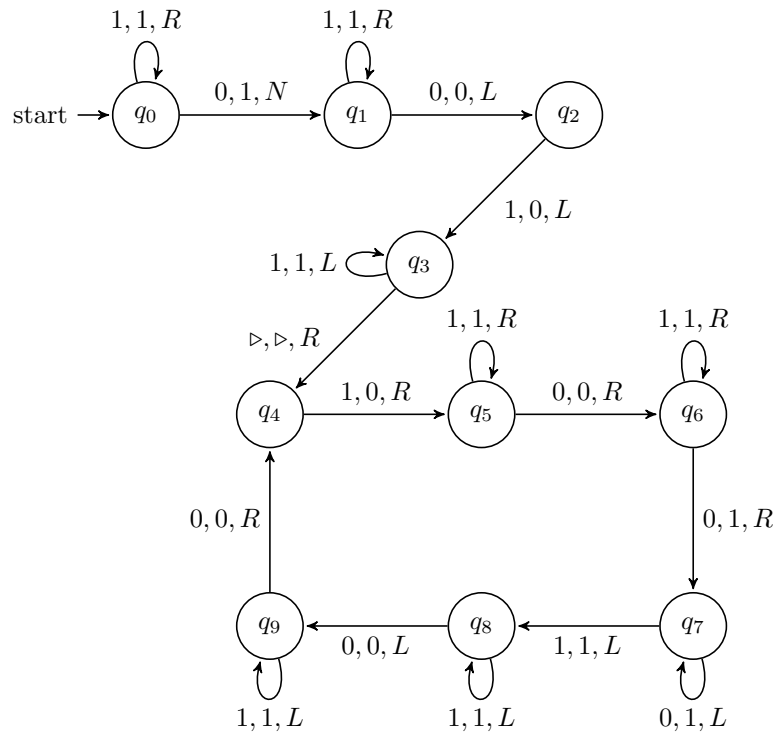


Figura 1: Combinando as máquinas de adição e duplicadora

tur:mac:cmb:
fig:combined

Créditos das Imagens

Referências Bibliográficas