

## rel.1 Reflexões Filosóficas

sfr:rel:ref:  
sec

Na ??, definimos relações como certos conjuntos. Devemos fazer uma pausa e colocar uma questão filosófica rápida: o que é que tal definição *faz*? É extremamente duvidoso que devamos querer dizer que *descobrimos* fatos metafísicos de identidade; que, por exemplo, a relação de ordem em  $\mathbb{N}$  *acabou por ser* o conjunto  $R = \{\langle n, m \rangle : n, m \in \mathbb{N} \text{ e } n < m\}$  que definimos na ??. Eis três razões para isso.

Primeiro: na ??, definimos  $\langle a, b \rangle = \{\{a\}, \{a, b\}\}$ . Consideremos em vez disso a definição  $\|a, b\| = \{\{b\}, \{a, b\}\} = \langle b, a \rangle$ . Quando  $a \neq b$ , temos que  $\langle a, b \rangle \neq \|a, b\|$ . Mas poderíamos com a mesma facilidade ter tomado  $\|a, b\|$  como a nossa definição de par ordenado, em vez de  $\langle a, b \rangle$ . Ambas as definições teriam funcionado igualmente bem. Assim, temos dois candidatos igualmente bons a “ser” a relação de ordem nos números naturais, nomeadamente:

$$R = \{\langle n, m \rangle : n, m \in \mathbb{N} \text{ e } n < m\}$$
$$S = \{\|n, m\| : n, m \in \mathbb{N} \text{ e } n < m\}.$$

Como  $R \neq S$ , pela extensionalidade, é claro que não podem *ambos* ser idênticos à relação de ordem em  $\mathbb{N}$ . Mas seria meramente arbitrário, e por isso um pouco embaraçoso, afirmar que  $R$  em vez de  $S$  (ou vice-versa) *é* a relação de ordenação, como questão de fato. (Isto é um caso muito simples de um argumento contra o reducionismo em teoria dos conjuntos que Benacerraf tornou famoso em 1965. Voltaremos a ele várias vezes.)

Segundo: se pensamos que *toda* a relação deve ser identificada com um conjunto, então a própria relação de pertinência a conjuntos,  $\in$ , deveria ser um conjunto particular. De fato, teria de ser o conjunto  $\{\langle x, y \rangle : x \in y\}$ . Mas será que este conjunto existe? Dado o Paradoxo de Russell, é uma afirmação não trivial que tal conjunto exista. De fato, é possível desenvolver a teoria dos conjuntos de modo rigoroso como teoria axiomática, e essa teoria de fato nega a existência deste conjunto. Logo, mesmo que algumas relações possam ser tratadas como conjuntos, a relação de pertinência a conjuntos terá de ser um caso especial.

Terceiro: quando “identificamos” relações com conjuntos, dissemos que nos permitiríamos escrever  $Rxy$  para  $\langle x, y \rangle \in R$ . Isto está bem, desde que a relação de pertinência, “ $\in$ ”, seja tratada *como* um predicado. Mas se pensamos que “ $\in$ ” denota um certo tipo de conjunto, então a expressão “ $\langle x, y \rangle \in R$ ” consiste apenas em três termos singulares que denotam conjuntos: “ $\langle x, y \rangle$ ”, “ $\in$ ”, e “ $R$ ”. E tal lista de nomes não é mais capaz de exprimir uma proposição do que a sequência sem sentido: “o copo porta-canetas a mesa”. De novo, mesmo que algumas relações possam ser tratadas como conjuntos, a relação de pertinência a conjuntos tem de ser um caso especial. (Isto reúne num só argumento uma versão simples do paradoxo do conceito *cavalo* de Frege, e uma objeção célebre que Wittgenstein dirigiu a Russell.)

Então onde nos deixa isto? Bem, não há nada de *errado* em dizermos que as relações nos números são conjuntos. Só temos de compreender o espírito em

que tal observação é feita. Não enunciamos um fato metafísico de identidade. Limitamo-nos a notar que, em certos contextos, podemos (e iremos) *tratar* (certas) relações como certos conjuntos.

## **Créditos das Imagens**

## **Referências Bibliográficas**

Benacerraf, Paul. 1965. What numbers could not be. *The Philosophical Review* 74(1): 47–73.