

fun.1 Tipos de Funções

sfr:fun:kin: Será útil introduzir uma espécie de taxonomia para alguns dos tipos de funções explanation
sec que encontramos com mais frequência.

Para começar, podemos querer considerar funções com a propriedade de que todo *membro* do contradomínio é um valor da função. Tais funções chamam-se **sobrejetivas**, e podem ser esquematizadas como na **Figura 1**.

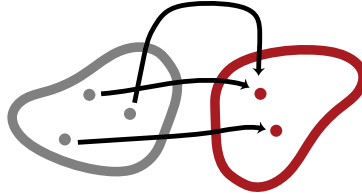


Figura 1: Uma função **sobrejetiva** tem todo **membro** do contradomínio como valor.

sfr:fun:kin: **Definição fun.1 (Função Sobrejetiva).** Uma função $f: A \rightarrow B$ é **sobreje-**
fig:surjective **tiva** se e só se B é também a imagem de f , isto é, para todo $y \in B$ existe pelo menos um $x \in A$ tal que $f(x) = y$, ou em símbolos:

$$(\forall y \in B)(\exists x \in A)f(x) = y.$$

Chamamos a tal função **uma sobrejeção** de A para B .

Se quiser mostrar que f é **uma sobrejeção**, tem de mostrar que todo objeto explanation
no contradomínio de f é o valor de $f(x)$ para alguma entrada x .

Note-se que qualquer função *induz* **uma sobrejeção**. Afinal, dada uma função $f: A \rightarrow B$, seja $f': A \rightarrow \text{Im}(f)$ definida por $f'(x) = f(x)$. Como $\text{Im}(f)$ é *definida* como $\{f(x) \in B : x \in A\}$, esta função f' é garantidamente **uma sobrejeção**.

Agora, qualquer função mapeia cada entrada possível para uma única saída. explanation
Mas há também funções que nunca mapeiam entradas diferentes para a mesma saída. Tais funções chamam-se **injetivas**, e podem ser esquematizadas como na **Figura 2**.



Figura 2: Uma função **injetiva** nunca mapeia dois argumentos diferentes para o mesmo valor.

Definição fun.2 (Função Injetiva). Uma função $f: A \rightarrow B$ é *injetiva* se e só se, para cada $y \in B$, há no máximo um $x \in A$ tal que $f(x) = y$. Chamamos a tal função uma *injeção* de A para B .

explanation Se quiser mostrar que f é uma *injeção*, tem de mostrar que, para quaisquer *membros* x e y do domínio de f , se $f(x) = f(y)$, então $x = y$.

Exemplo fun.3. A função constante $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dada por $f(x) = 1$ não é nem *injetiva*, nem *sobrejetiva*.

A função identidade $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dada por $f(x) = x$ é tanto *injetiva* quanto *sobrejetiva*.

A função sucessora $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dada por $f(x) = x + 1$ é *injetiva* mas não *sobrejetiva*.

A função $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{se } x \text{ é par} \\ \frac{x+1}{2} & \text{se } x \text{ é ímpar.} \end{cases}$$

é *sobrejetiva*, mas não *injetiva*.

explanation Muitas vezes, queremos considerar funções que são tanto *injetivas* como *sobrejetivas*. Chamamos a tais funções *bijetivas*. Parecem-se com a função esquematizada na **Figura 3**. *Bijeções* são também por vezes chamadas *correspondências biunívocas*, pois associam de modo único elementos do contra-domínio a elementos do domínio.

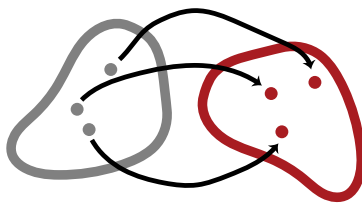


Figura 3: Uma função *bijetiva* associa de modo único os elementos do contra-domínio aos do domínio.

Definição fun.4 (Bijeção). Uma função $f: A \rightarrow B$ é *bijetiva* se e só se é tanto *sobrejetiva* como *injetiva*. Chamamos a tal função uma *bijeção* de A para B (ou entre A e B). sfr:fun:kin:
fig:bijjective

Créditos das Imagens

Referências Bibliográficas