

syn.1 Variáveis Livres e Sentenças

fol:syn:fvs:
 fol:syn:fvs:^{sec}
 defn:free-occ

Definição syn.1 (Ocorrências livres de a variável). As ocorrências *livres* de a variável em a fórmula são definidas indutivamente como segue:

1. φ is atomic: todas as ocorrências de variável em φ são livres.
2. $\varphi \equiv \neg\psi$: as ocorrências livres de variável de φ são exatamente as de ψ .
3. $\varphi \equiv (\psi * \chi)$: as ocorrências livres de variável de φ são as em ψ juntamente com as em χ .
4. $\varphi \equiv \forall x \psi$: as ocorrências livres de variável em φ são todas as em ψ exceto as ocorrências de x .
5. $\varphi \equiv \exists x \psi$: as ocorrências livres de variável em φ são todas as em ψ exceto as ocorrências de x .

Definição syn.2 (Variáveis Ligadas). Uma ocorrência de a variável em uma fórmula φ é *ligada* se não é livre.

Problema syn.1. Dê uma definição indutiva das ocorrências de variáveis ligadas nos moldes de Definição syn.1.

Definição syn.3 (Escopo). Se $\forall x \psi$ é uma ocorrência de uma subfórmula em uma fórmula φ , então a ocorrência correspondente de ψ em φ é chamada de *escopo* da ocorrência correspondente de $\forall x$. Analogamente para $\exists x$.

Se ψ é o escopo de uma ocorrência de quantificador $\forall x$ ou $\exists x$ em φ , então as ocorrências livres de x em ψ são ligadas em $\forall x \psi$ e $\exists x \psi$. Dizemos que essas ocorrências são *ligadas pela* ocorrência de quantificador mencionada.

Exemplo syn.4. Considere a seguinte fórmula:

$$\exists v_0 \underbrace{A_0^2(v_0, v_1)}_{\psi}$$

ψ representa o escopo de $\exists v_0$. O quantificador liga a ocorrência de v_0 em ψ , mas não liga a ocorrência de v_1 . Então v_1 é uma variável livre neste caso.

Agora podemos ver como isso poderia funcionar em uma fórmula φ mais complicada:

$$\forall v_0 \underbrace{(A_0^1(v_0) \rightarrow A_0^2(v_0, v_1))}_{\psi} \rightarrow \exists v_1 \underbrace{(A_1^2(v_0, v_1) \vee \forall v_0 \overbrace{\neg A_1^1(v_0)}^{\theta})}_{\chi}$$

ψ é o escopo do primeiro $\forall v_0$, χ é o escopo de $\exists v_1$, e θ é o escopo do segundo $\forall v_0$. O primeiro $\forall v_0$ liga as ocorrências de v_0 em ψ , $\exists v_1$ liga a ocorrência de v_1 em χ , e o segundo $\forall v_0$ liga a ocorrência de v_0 em θ . A primeira ocorrência de v_1 e a quarta ocorrência de v_0 são livres em φ . A última ocorrência de v_0 é livre em θ , mas ligada em χ e φ .

Definição syn.5 (Sentença). A fórmula φ é a *sentença* sse não contém ocorrências livres de *variáveis*.

Créditos das Imagens

Referências Bibliográficas