

syn.1 Linguagens de Primeira Ordem

fol:syn:fol:
sec

As expressões da lógica de primeira ordem são construídas a partir de um vocabulário básico contendo *variáveis*, *símbolos de constante*, *símbolos de predicado* e às vezes *símbolos de função*. A partir deles, juntamente com conectivos lógicos, quantificadores e símbolos de pontuação como parênteses e vírgulas, formam-se *termos* e *fórmulas*.

Informalmente, *símbolos de predicado* são nomes para propriedades e relações, *símbolos de constante* são nomes para objetos individuais, e *símbolos de função* são nomes para mapeamentos. Estes, exceto a *predicado de identidade* $=$, são os *símbolos não lógicos* e juntos constituem uma linguagem. Qualquer linguagem de primeira ordem $\mathcal{L}$ é determinada por seus símbolos não lógicos. No caso mais geral, $\mathcal{L}$ contém infinitos símbolos de cada tipo.

No caso geral, fazemos uso dos seguintes símbolos na lógica de primeira ordem:

1. Símbolos lógicos
 - a) Conectivos lógicos: $\neg$ (negação), $\wedge$ (conjunção), $\vee$ (disjunção), $\rightarrow$ (*condicional*), $\leftrightarrow$ (*bicondicional*), $\forall$ (quantificador universal), $\exists$ (quantificador existencial).
 - b) A constante proposicional para *falsidade* $\perp$.
 - c) A constante proposicional para *verdade* $\top$.
 - d) A *predicado de identidade* de dois lugares $=$.
 - e) Um conjunto *infinito enumerável* de *variáveis*: $v_0, v_1, v_2, \dots$
2. Símbolos não lógicos, que constituem a *linguagem padrão* da lógica de primeira ordem
 - a) Um conjunto *infinito enumerável* de *símbolos de predicado* de n lugares para cada $n > 0$: $A_0^n, A_1^n, A_2^n, \dots$
 - b) Um conjunto *infinito enumerável* de *símbolos de constante*: $c_0, c_1, c_2, \dots$
 - c) Um conjunto *infinito enumerável* de *símbolos de função* de n lugares para cada $n > 0$: $f_0^n, f_1^n, f_2^n, \dots$
3. Sinais de pontuação: $(,)$ e a vírgula.

A maioria de nossas definições e resultados será formulada para a linguagem padrão completa da lógica de primeira ordem. No entanto, dependendo da aplicação, também podemos restringir a linguagem a apenas alguns *símbolos de predicado*, *símbolos de constante* e *símbolos de função*.

Exemplo syn.1. A linguagem $\mathcal{L}_A$ da aritmética contém um único *símbolo de predicado* de dois lugares $<$, um único *símbolo de constante* 0 , um *símbolo de função* de um lugar ι , e dois *símbolos de função* de dois lugares $+$ e $\times$.

Exemplo syn.2. A linguagem da teoria dos conjuntos $\mathcal{L}_Z$ contém apenas o único **símbolo de predicado** de dois lugares $\in$.

Exemplo syn.3. A linguagem das ordens $\mathcal{L}_{\leq}$ contém apenas o **símbolo de predicado** de dois lugares $\leq$.

Novamente, estas são convenções: oficialmente, estes são apenas apelidos, por exemplo, $<$, $\in$ e $\leq$ são apelidos para A_0^2 , o para c_0 , ι para f_0^1 , $+$ para f_0^2 , $\times$ para f_1^2 .

intro

Você pode estar familiarizado com terminologia e símbolos diferentes dos que usamos acima. Textos de lógica (e professores) comumente usam $\sim$, $\neg$, ou $!$ para “negação”, $\wedge$, $\cdot$, ou $\&$ para “conjunção”. Símbolos comumente usados para o “condicional” ou “implicação” são $\rightarrow$, $\Rightarrow$, e $\supset$. Símbolos para “bicondicional”, “bi-implicação”, ou “equivalência (material)” são $\leftrightarrow$, $\Leftrightarrow$, e $\equiv$. O símbolo $\perp$ é chamado de várias formas: “falsidade”, “falsum”, “absurdo”, ou “bottom”. O símbolo $\top$ é chamado de várias formas: “verdade”, “verum”, ou “top”.

É convencional usar letras minúsculas (por exemplo, a , b , c) do início do alfabeto latino para **símbolos de constante** (às vezes chamados de nomes), e letras minúsculas do final (por exemplo, x , y , z) para **variáveis**. Quantificadores combinam-se com **variáveis**, por exemplo, x ; variações notacionais incluem $\forall x$, $(\forall x)$, (x) , Πx , $\bigwedge_x$ para o quantificador universal e $\exists x$, $(\exists x)$, (Ex) , Σx , $\bigvee_x$ para o quantificador existencial.

explanation

Poderíamos tratar todos os operadores proposicionais e ambos os quantificadores como símbolos primitivos da linguagem. Poderíamos, em vez disso, escolher um estoque menor de símbolos primitivos e tratar os outros **operadores lógicos** como definidos. Conjuntos “funcionalmente completos para a verdade” de operadores booleanos incluem $\{\neg, \vee\}$, $\{\neg, \wedge\}$, e $\{\neg, \rightarrow\}$ —estes podem ser combinados com qualquer um dos quantificadores para uma linguagem de primeira ordem expressivamente completa.

Você pode estar familiarizado com dois outros **operadores lógicos**: a barra de Sheffer $|$ (em homenagem a Henry Sheffer), e a seta de Peirce $\downarrow$, também conhecida como adaga de Quine. Quando recebem suas leituras usuais de “nand” e “nor” (respectivamente), esses operadores são funcionalmente completos para a verdade por si sós.

Créditos das Imagens

Referências Bibliográficas