

seq.1 Derivabilidade e os Quantificadores

fol:seq:qpr:sec O teorema da completude também exige que as regras do cálculo de seqüentes explanation produzam os fatos sobre $\vdash$ estabelecidos nesta seção.

fol:seq:qpr:thm:strong-generalization **Teorema seq.1.** *Se c é uma constante que não ocorre em Γ ou $\varphi(x)$ e $\Gamma \vdash \varphi(c)$, então $\Gamma \vdash \forall x \varphi(x)$.*

Prova. Seja π_0 uma **LK-derivação** de $\Gamma_0 \Rightarrow \varphi(c)$ para algum $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$ finito. Acrescentando uma inferência $\forall R$, obtemos a **derivação** de $\Gamma_0 \Rightarrow \forall x \varphi(x)$, já que c não ocorre em Γ ou $\varphi(x)$ e, assim, a condição de variável própria é satisfeita. $\square$

fol:seq:qpr:prop:provability-quantifiers

Proposição seq.2.

1. $\varphi(t) \vdash \exists x \varphi(x)$.
2. $\forall x \varphi(x) \vdash \varphi(t)$.

Prova. 1. O seqüente $\varphi(t) \Rightarrow \exists x \varphi(x)$ é **derivável**:

$$\frac{\varphi(t) \Rightarrow \varphi(t)}{\varphi(t) \Rightarrow \exists x \varphi(x)} \exists R$$

2. O seqüente $\forall x \varphi(x) \Rightarrow \varphi(t)$ é **derivável**:

$$\frac{\varphi(t) \Rightarrow \varphi(t)}{\forall x \varphi(x) \Rightarrow \varphi(t)} \forall L$$

$\square$

Créditos das Imagens

Referências Bibliográficas