

seq.1 Derivações com Predicado de identidade

fol:seq:ide: Derivações com **predicado de identidade** requerem sequentes iniciais e regras de inferência adicionais.
sec

Definição seq.1 (Sequentes iniciais para =). Se t é um termo fechado, então $\Rightarrow t = t$ é um sequente inicial.

As regras para $=$ são (t_1 e t_2 são termos fechados):

$$\frac{t_1 = t_2, \Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi(t_1)}{t_1 = t_2, \Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi(t_2)} = \qquad \frac{t_1 = t_2, \Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi(t_2)}{t_1 = t_2, \Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi(t_1)} =$$

Exemplo seq.2. Se s e t são termos fechados, então $s = t, \varphi(s) \vdash \varphi(t)$:

$$\frac{\frac{\varphi(s) \Rightarrow \varphi(s)}{s = t, \varphi(s) \Rightarrow \varphi(s)} \text{WL}}{s = t, \varphi(s) \Rightarrow \varphi(t)} =$$

Isso pode ser familiar como o princípio da substitutibilidade de idênticos, ou Lei de Leibniz.

LK prova que $=$ é simétrica e transitiva:

$$\frac{\frac{\Rightarrow t_1 = t_1}{t_1 = t_2 \Rightarrow t_1 = t_1} \text{WL}}{t_1 = t_2 \Rightarrow t_2 = t_1} = \qquad \frac{\frac{t_1 = t_2 \Rightarrow t_1 = t_2}{t_2 = t_3, t_1 = t_2 \Rightarrow t_1 = t_2} \text{WL}}{\frac{t_2 = t_3, t_1 = t_2 \Rightarrow t_1 = t_3}{t_1 = t_2, t_2 = t_3 \Rightarrow t_1 = t_3} \text{XL}} =$$

Na **derivação** à esquerda, a **fórmula** $x = t_1$ é o nosso $\varphi(x)$. À direita, tomamos $\varphi(x)$ como $t_1 = x$.

Problema seq.1. Dê **derivações** dos seguintes sequentes:

1. $\Rightarrow \forall x \forall y ((x = y \wedge \varphi(x)) \rightarrow \varphi(y))$
2. $\exists x \varphi(x) \wedge \forall y \forall z ((\varphi(y) \wedge \varphi(z)) \rightarrow y = z) \Rightarrow \exists x (\varphi(x) \wedge \forall y (\varphi(y) \rightarrow y = x))$

Créditos das Imagens

Referências Bibliográficas