

seq.1 Derivações

fol:seq:der: sec Já dissemos como é um sequente inicial e demos as regras de inferência. explanation **Derivações** no cálculo de sequentes são geradas indutivamente a partir disso: cada **derivado** ou é um sequente inicial por si só, ou consiste em uma ou duas **derivado**s seguidas de uma inferência.

Definição seq.1 (LK-derivado). Uma **LK-derivado** de um sequente S é uma árvore finita de sequentes que satisfaz as seguintes condições:

1. Os sequentes no topo da árvore são sequentes iniciais.
2. O sequente na base da árvore é S .
3. Todo sequente na árvore exceto S é uma premissa de uma aplicação correta de uma regra de inferência cuja conclusão está diretamente abaixo daquele sequente na árvore.

Dizemos então que S é o *sequente final* da **derivado** e que S é **derivado** em **LK** (ou **LK-derivado**).

Exemplo seq.2. Todo sequente inicial, por exemplo, $\chi \Rightarrow \chi$, é **derivado**. Podemos obter uma nova **derivado** a partir disso aplicando, digamos, a regra WL,

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\varphi, \Gamma \Rightarrow \Delta} \text{ WL}$$

A regra, contudo, deve ser geral: podemos substituir o φ na regra por qualquer **sentença**, por exemplo, também por θ . Se a premissa corresponde ao nosso sequente inicial $\chi \Rightarrow \chi$, isso significa que tanto Γ quanto Δ são apenas χ , e a conclusão seria então $\theta, \chi \Rightarrow \chi$. Assim, o seguinte é **derivado**:

$$\frac{\chi \Rightarrow \chi}{\theta, \chi \Rightarrow \chi} \text{ WL}$$

Podemos agora aplicar outra regra, digamos XL, que nos permite trocar duas **sentenças** à esquerda. Assim, o seguinte também é uma **derivado** correta:

$$\frac{\frac{\chi \Rightarrow \chi}{\theta, \chi \Rightarrow \chi} \text{ WL}}{\chi, \theta \Rightarrow \chi} \text{ XL}$$

Nesta aplicação da regra, que foi dada como

$$\frac{\Gamma, \varphi, \psi, \Pi \Rightarrow \Delta}{\Gamma, \psi, \varphi, \Pi \Rightarrow \Delta} \text{ XL}$$

tanto Γ quanto Π eram vazios, Δ é χ , e os papéis de φ e ψ são desempenhados por θ e χ , respectivamente. De modo muito semelhante, vemos também que

$$\frac{\theta \Rightarrow \theta}{\chi, \theta \Rightarrow \theta} \text{WL}$$

é a **derivação**. Agora podemos pegar essas duas **derivações** e combiná-las usando $\wedge R$. Aquela regra era

$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi \quad \Gamma \Rightarrow \Delta, \psi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi \wedge \psi} \wedge R$$

No nosso caso, as premissas devem corresponder aos últimos sequentes das **derivações** que terminam nas premissas. Isso significa que Γ é χ, θ , Δ é vazio, φ é χ e ψ é θ . Assim, a conclusão, se a inferência for correta, é $\chi, \theta \Rightarrow \chi \wedge \theta$.

$$\frac{\frac{\frac{\chi \Rightarrow \chi}{\theta, \chi \Rightarrow \chi} \text{WL}}{\chi, \theta \Rightarrow \chi} \text{XL} \quad \frac{\theta \Rightarrow \theta}{\chi, \theta \Rightarrow \theta} \text{WL}}{\chi, \theta \Rightarrow \chi \wedge \theta} \wedge R$$

É claro que também podemos inverter as premissas; então φ seria θ e ψ seria χ .

$$\frac{\frac{\theta \Rightarrow \theta}{\chi, \theta \Rightarrow \theta} \text{WL} \quad \frac{\frac{\chi \Rightarrow \chi}{\theta, \chi \Rightarrow \chi} \text{WL}}{\chi, \theta \Rightarrow \chi} \text{XL}}{\chi, \theta \Rightarrow \theta \wedge \chi} \wedge R$$

Créditos das Imagens

Referências Bibliográficas