

prf.1 Tableaux

fol:prf:tab: Enquanto muitos sistemas de derivação operam com disposições de sentenças, os tableaux operam com fórmulas assinadas. A fórmula assinada é um par consistindo em um sinal de valor de verdade ($\mathbb{T}$ ou $\mathbb{F}$) e a sentença

$$\mathbb{T}\varphi \text{ ou } \mathbb{F}\varphi.$$

A tableau consiste em fórmulas assinadas dispostas em uma árvore ramificada para baixo. Começa com várias hipóteses e continua com fórmulas assinadas que resultam de uma das fórmulas assinadas acima dela pela aplicação de uma das regras de inferência. Cada regra nos permite adicionar uma ou mais fórmulas assinadas ao final de um ramo, ou duas fórmulas assinadas lado a lado—neste caso um ramo se divide em dois, com as duas fórmulas assinadas adicionadas formando os finais dos dois ramos.

Uma regra aplicada a uma fórmula assinada complexa resulta na adição de fórmulas assinadas que são sub-fórmulas imediatas. Elas vêm em pares, uma regra para cada um dos dois sinais. Por exemplo, a regra $\wedge\mathbb{T}$ se aplica a $\mathbb{T}\varphi \wedge \psi$, e permite a adição tanto das duas fórmulas assinadas $\mathbb{T}\varphi$ quanto de $\mathbb{T}\psi$ ao final de qualquer ramo que contém $\mathbb{T}\varphi \wedge \psi$, e a regra $\varphi \wedge \psi\mathbb{F}$ permite que um ramo seja dividido adicionando $\mathbb{F}\varphi$ e $\mathbb{F}\psi$ lado a lado. A tableau é fechado se cada um de seus ramos contém um par correspondente de fórmulas assinadas $\mathbb{T}\varphi$ e $\mathbb{F}\varphi$.

A relação $\vdash$ baseada em tableaux é definida da seguinte forma: $\Gamma \vdash \varphi$ se, e somente se, há algum conjunto finito $\Gamma_0 = \{\psi_1, \dots, \psi_n\} \subseteq \Gamma$ tal que há um tableau fechado para as hipóteses

$$\{\mathbb{F}\varphi, \mathbb{T}\psi_1, \dots, \mathbb{T}\psi_n\}$$

Por exemplo, aqui está um tableau fechado que mostra que $\vdash (\varphi \wedge \psi) \rightarrow \varphi$:

1.	$\mathbb{F}(\varphi \wedge \psi) \rightarrow \varphi$	Assumption
2.	$\mathbb{T}\varphi \wedge \psi$	$\rightarrow\mathbb{F}1$
3.	$\mathbb{F}\varphi$	$\rightarrow\mathbb{F}1$
4.	$\mathbb{T}\varphi$	$\rightarrow\mathbb{T}2$
5.	$\mathbb{T}\psi$	$\rightarrow\mathbb{T}2$
	$\otimes$	

Um conjunto Γ é inconsistente no cálculo de tableau se há um tableau fechado para hipóteses

$$\{\mathbb{T}\psi_1, \dots, \mathbb{T}\psi_n\}$$

para algum $\psi_i \in \Gamma$.

Os Tableaux foram inventados na década de 1950 independentemente por Evert Beth e Jaakko Hintikka, e simplificados e popularizados por Raymond Smullyan. São muito fáceis de usar, pois construir um tableau é um procedimento muito sistemático. Por causa da natureza sistemática dos tableaux,

eles também se prestam à implementação por computador. No entanto, um **tableau** é frequentemente difícil de ler e sua conexão com provas às vezes não é fácil de ver. A abordagem também é bastante geral, e muitas lógicas diferentes têm sistemas de **tableau**. Os **Tableaux** também nos ajudam a encontrar **estruturas** que satisfazem **sentenças** (ou conjuntos de **sentenças**) dadas: se o conjunto é satisfatível, ele não terá um **tableau** fechado, isto é, qualquer **tableau** terá um ramo aberto. A **estrutura** satisfatória pode ser “lida” de um ramo aberto, desde que toda regra que seja possível aplicar tenha sido aplicada naquele ramo. Há também uma conexão muito estreita com o cálculo de seqüentes: essencialmente, um **tableau** fechado é uma **derivação** condensada no cálculo de seqüentes, escrita de cabeça para baixo.

Créditos das Imagens

Referências Bibliográficas