

ntd.1 Derivabilidade e os Quantificadores

fol:ntd:qpr:sec O teorema da completude também requer que as regras de dedução natural explanation produzam os fatos sobre $\vdash$ estabelecidos nesta seção.

fol:ntd:qpr:thm:strong-generalization **Teorema ntd.1.** *Se c é uma constante que não ocorre em Γ ou $\varphi(x)$ e $\Gamma \vdash \varphi(c)$, então $\Gamma \vdash \forall x \varphi(x)$.*

Prova. Seja δ uma **derivação** de $\varphi(c)$ a partir de Γ . Adicionando uma inferência $\forall$ Intro, obtemos uma **derivação** de $\forall x \varphi(x)$. Como c não ocorre em Γ ou $\varphi(x)$, a condição de variável própria é satisfeita. $\square$

fol:ntd:qpr:prop:provability-quantifiers

Proposição ntd.2.

1. $\varphi(t) \vdash \exists x \varphi(x)$.
2. $\forall x \varphi(x) \vdash \varphi(t)$.

Prova. 1. A seguinte é uma **derivação** de $\exists x \varphi(x)$ a partir de $\varphi(t)$:

$$\frac{\varphi(t)}{\exists x \varphi(x)} \exists\text{Intro}$$

2. A seguinte é uma **derivação** de $\varphi(t)$ a partir de $\forall x \varphi(x)$:

$$\frac{\forall x \varphi(x)}{\varphi(t)} \forall\text{Elim}$$

$\square$

Créditos das Imagens

Referências Bibliográficas