

int.1 Substituição

fol:int:sub:
sec

Discutiremos um exemplo para ilustrar como as coisas se articulam e como o desenvolvimento da sintaxe e da semântica estabelece as bases para nossas investigações mais avançadas posteriormente. Nossos sistemas de **derivação** deveriam permitir-nos derivar $P(a)$ de $\forall v_0 P(v_0)$. Talvez até queiramos afirmar isso como uma regra de inferência. No entanto, para fazê-lo, devemos ser capazes de enunciá-lo nos termos mais gerais: não apenas para P , a e v_0 , mas para qualquer **fórmula** φ , e termo t , e **variável** x . (Lembre-se de que **símbolos de constante** são termos, mas vamos considerar também termos mais complicados construídos a partir de **símbolos de constante** e **símbolos de função**.) Então, queremos ser capazes de dizer algo como, “sempre que você tiver derivado $\forall x \varphi(x)$ você está justificado ao inferir $\varphi(t)$ —o resultado da remoção de $\forall x$ e substituindo x por t .” Mas o que exatamente significa “substituir x por t ”? Qual é a relação entre $\varphi(x)$ e $\varphi(t)$? Isso sempre funciona?

Para tornar isso preciso, definimos a operação de *substituição*. A substituição é realmente complicada, porque não podemos simplesmente substituir todos os x em φ por t , e nem todos os t podem ser substituídos por qualquer x . Lidaremos com isso novamente usando definições indutivas. Mas uma vez feito isso, especificando uma regra de inferência como “inferir $\varphi(t)$ de $\forall x \varphi(x)$ ” torna-se uma definição precisa. Além disso, seremos capazes de mostrar que esta é uma boa regra de inferência no sentido de que $\varphi(t)$ é consequência de $\forall x \varphi(x)$. Mas para provar isso, temos de provar novamente algo que à primeira vista pode levá-lo a perguntar “por que estamos fazendo isso?” Que $\varphi(t)$ seja consequência de $\forall x \varphi(x)$ depende do fato de que se $\mathfrak{M} \models \varphi(t)$ vale ou não depende apenas do valor do termo t , ou seja, se deixarmos m ser qualquer **membro** de $|\mathfrak{M}|$ que for selecionado por t , então $\mathfrak{M}, s \models \varphi(t)$ se, e somente se, $\mathfrak{M}, s[m/x] \models \varphi(x)$. Isso vale mesmo quando t contém **variáveis**, mas teremos que ter cuidado com a forma exata como declaramos o resultado.

Créditos das Imagens

Referências Bibliográficas